LES PETITES HISTOIRES ET LES MATHS

A la recherche de l'harmonie

MICHEL BOURGUET
IUFM DE MONTPELLIER

Des oiseaux sont trompés par du raisin peint… Qu'est-ce qui les a attirés ? Ces raisins étaient-ils plus « vrais que nature » ? C'est bien là la question : plus vrai que nature ! Comment rendre la nature encore plus vraie ? En recherchant son essence première, peut-être… Et cette quête s'est de suite traduite par une quête du beau, et de l'harmonieux. L'harmonie est-elle d'emblée contenue dans la nature ? Est-ce une constante de ce qu'elle nous offre à voir ou est-ce nous qui y lisons un effet fortuit ?
Améliorer ce qui nous est donné, chercher du beau est sans doute une façon de copier la nature, afin que nous nous « trompions »… Nous voyons alors dans les effets de l'art du « plus vrai que nature »… Nous pensons dégager sa structure. C'est une problématique universelle, et si les Grecs ont été les premiers peut-être à la formaliser en la reliant à l'autre grande idée universelle, celle de nombre, toutes les autres cultures ont tenté de répondre à la question fondamentale de la définition du « beau ».
Cette question débouche bien sur des interrogations mystiques et il n'est pas étonnant que c'est dans les temples et lieux de cultes que nous retrouvons les effets les plus visibles de cette recherche : les temples grecs comme les cathédrales renferment des codes de construction. Comme les oiseaux laissons nous surprendre par ce qui veut copier la nature, et recherche son « essence première ».

Partager en divine proportion :

C'est cette recherche active de la beauté et de l'harmonie qui a mené les Grecs à définir ce qui sera appelé plus tard la « divine proportion ». Pour Pythagore[1], « tout est nombre », et les relations entre les nombres entiers, ainsi que leurs rapports, régissent la Nature. La musique est alors quantifiée, et l'observation de la corde qui vibre ou la construction des flûtes aboutissent à la définition de la gamme. Les sons plus graves ou plus aigus sont ramenés à des rapports entre nombres et de ces rapports naît la première théorie de la musique : octave, tierce, quinte, les notes sont avant tout des nombres…
Dans les arts « visuels », cette même idée se formalise dans la recherche de la proportion idéale, qui pourrait être universelle. Partager une ligne, un tableau, une façade afin d'y faire naître le sentiment de beau et d'équilibre a amené les penseurs grecs à définir un rapport particulier, « spécial », appelé de nos jours le nombre d'or. Ils l'ont beaucoup utilisé et il a forgé beaucoup de « canons ».
Depuis cette recherche faite notamment pour la construction du Parthénon, certains artistes n'ont eu de cesse de réutiliser et de creuser cette veine. Qu'il s'agisse des peintres de la Renaissance comme Léonard de Vinci[2] ou Piero della Francesca[3], ou bien des contemporains comme Mondrian[4], on retrouve cette quête de perfection dans le partage et la proportion qui intéressait déjà les anciens. D'éminents architectes ont repris les proportions définies par le rectangle du Parthénon pour construire leurs œuvres, Le Corbusier avec son Modulor, Ricardo Boffil pour construire Antigone à Montpellier, ou encore Norman Foster pour le Carré d'art de Nîmes.
Et pour bien asseoir l'idée de perfection liée à ce rapport, on a voulu l'identifier dans la Nature, pensant percer ainsi un de ses secrets les plus intimes… Dans le corps humain, définissant le fameux « Canon de Vitruve», et jusque dans le fleur de tournesol, la pomme de pin ou l'escargot… Partons à la recherche du partage idéal.

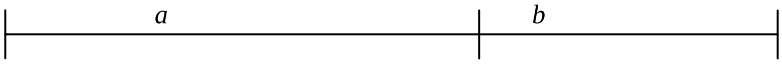
[1] Pythagore : VI siècle avant notre ère. Philosophe et mathématicien, il est connu par l'école qu'il a créé et dont la doctrine repose sur l'idée que tout est nombre, étant considéré comme nombres à cette époque les nombres dits entiers aujourd'hui. Un rapport restait un rapport et non un nombre. Le fameux théorème rattaché à son nom était connu bien avant son temps. On en connaît des traces et des preuves très anciennes.
[2] Léonard de Vinci, 1452-1519, peintre, savant et inventeur. Depuis un certain livre, on sait tout de lui sauf qui était la Joconde…
[3] Piero della Francesca, 1416-1492., peintre et géomètre. Il a laissé des traités sur la perspective et la géométrie et quelques chefs d'œuvres dont *la légende de la croix*
[4] Piet Mondrian, 1872-1944 , peintre néerlandais

La question originelle joliment mise en forme par Euclide[5] : le partage en extrême et moyenne raison.

Problème : étant donné un segment, comment le partager de façon harmonieuse et plaisante à l'œil ?
Si on le partage par la moitié, le résultat est symétrique et parfaitement équilibré, sans tension pour le regard. Il faut donc le partager pas tout à fait au milieu, et que les deux parties ne soient ni trop proches ni trop disproportionnées l'une par rapport à l'autre. Euclide formule ceci dans ces « Eléments »:

> ***Une droite est dite coupée en extrême et moyenne raison quand, comme elle est toute entière relativement au plus grand segment, ainsi est le plus grand relativement au plus petit.***
> *(Eléments, livre VI, 3ème définition.)*

Ceci signifie en langage moderne que le partage du segment doit se faire ainsi :

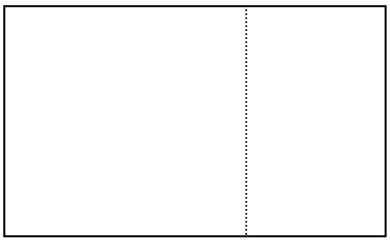
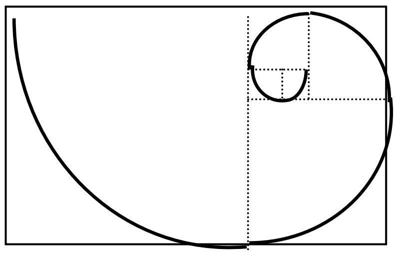


d'un côté une longueur *a* et de l'autre une longueur *b* plus petite. Le rapport de la plus grande sur la plus petite doit être le même que le rapport de la plus grande au tout : $(a+b)/b= a/b$

Un calcul un tout petit peu savant montre que le rapport a/b est solution de l'équation : $x^2 = x + 1$,
dont la solution positive est $1/2 + \sqrt{5}/2 \approx 1{,}618\ldots$
C'est ce nombre qui est devenu célèbre et est appelé « nombre d'or », noté φ depuis une époque récente, en hommage au sculpteur Phidias[6].

Le rectangle d'or.

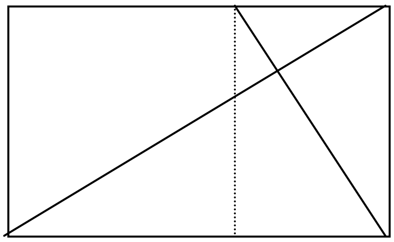
A partir de ce nombre φ, qui fournit deux longueurs (si l'une vaut 1 l'autre vaut 1,618) on peut bâtir des formes géométriques. La plus immédiate est bien sûr le rectangle, facilement utilisable dans l'architecture. Un rectangle d'or est donc celui dont les dimensions sont en rapport « doré ». C'est-à-dire que la longueur est égale à la largeur multipliée par φ.
Il a une propriété très intéressante : une fois enlevé le plus grand carré, il reste un petit rectangle, exactement semblable au grand ! Il a encore les mêmes proportions…

On peut itérer le procédé et on aboutit à une spirale, dite dorée, qui est celle qui recouvre l'église de Ronchamp dans les Vosges, Notre-Dame du Haut, dessinée par Le Corbusier

[5] Euclide : IIIe siècle av. J.-C. Mathématicien, il écrivit les Eléments, somme du savoir mathématique de son temps qu'il a contribué à réorganiser
[6] Phidias : sculpteur grec (IV sièvle av. J.-C.). Il est considéré comme un des plus importants sculpteurs grecs et il a dirigé le chantier de l'Acropole.

La spirale contenue dans le rectangle est une spirale sans fin ni début, puisque le procédé de sa construction est un processus infini. L'enroulement se fait toutefois autour d'un point-limite, jamais atteint, mais qui devient un point très particulier du rectangle. Il est situé à l'intersection de la diagonale du grand rectangle et du petit contenu dans le grand :



Si on opère dans le rectangle les 4 symétries, on obtient quatre points qui ont la même propriété. Ce sont des centres-limites de « spirales dorées ».

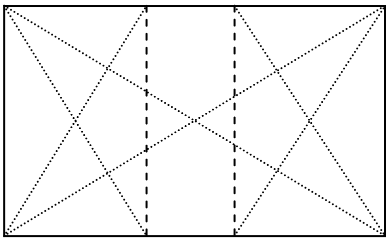
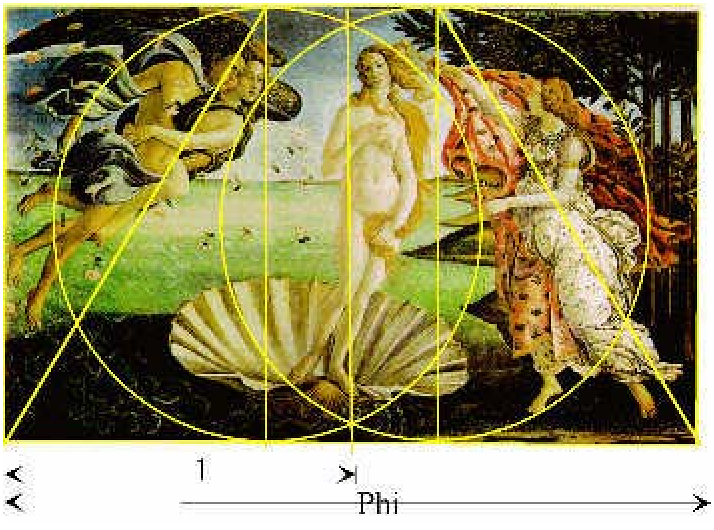


Illustration de ce principe : La Naissance de Vénus, de Botticelli, vers 1482 (172,50 x278,05cm)
Le tableau est construit selon la « divine proportion ». Le groupe de gauche et le personnage de droite s'inscrivent chacun sur la diagonale d'un rectangle d'or. Le corps de Vénus est situé au centre d'une « mandorle » formée par les deux cercles construits sur les côtés de ces deux rectangles.



http://expo.ifrance.com/lenombre/pc_som.htm
http://trucsmaths.free.fr/nombre_d_or.htm#historique
http://serge.mehl.free.fr/chrono/Pacioli.htm